

III Računske vežbe

1. Tačnasti izvor zvuka zvučne snage 10 mW emituje sinusni ton, frekvencije 200 Hz . Rastojanje izvora zvuka od zida, nepoznatog koeficijenta apsorpcije iznosi $2,85 \text{ m}$. Između zida i izvora, na rastojanju $0,85 \text{ m}$ od zida, nalazi se mikrofonski, postavljen na pravcu normale koja se iz izvora spušta na površinu zida. Izračunati nepoznati koeficijent apsorpcije zida ako otulon na instrumentu pokazuje vrednost od $0,4 \text{ Pa}$. (26. knjiga)

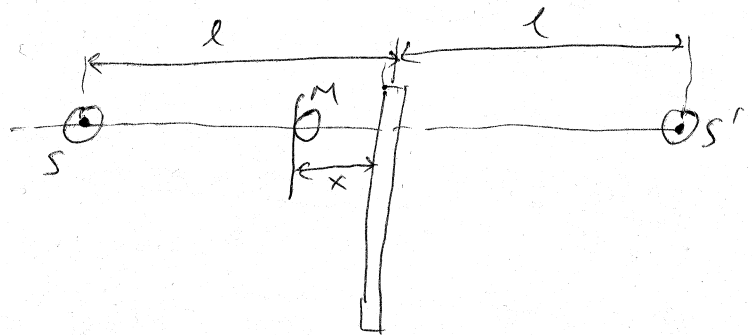
$$P_a = 10 \text{ mW} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ W} = 10^{-2} \text{ W}$$

$$f = 200 \text{ Hz}$$

$$l = 2,85 \text{ m}$$

$$x = 0,85 \text{ m}$$

$$p = 0,4 \text{ Pa}$$



Direktan zvučni talas: $r_d = l - x$, $\lambda z = 4\pi$

$$p_d = \frac{1}{r_d} \cdot \sqrt{\frac{P_a \rho c}{\lambda z}} = \frac{1}{l-x} \cdot \sqrt{\frac{P_a \rho c}{4\pi}}$$

$$p_d = \frac{1}{2,85 \text{ m} - 0,85 \text{ m}} \cdot \sqrt{\frac{10^{-2} \text{ W} \cdot 400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \text{ s}}}{4\pi}}$$

$$p_d = \frac{1}{2 \text{ m}} \cdot \sqrt{\frac{10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^2}{4\pi}} \text{ Pa} \cdot \text{m} = \frac{1}{2 \text{ m}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi}} \text{ Pa} \cdot \text{m} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow \boxed{p_d = 0,282 \text{ Pa}}$$

r_d - rastojanje tačke M od stvarnog izvora S, odnosno rastojanje koje pređe direktan zvučni talas

Reflektovan zvučni talas: $r_r = l + x$, $\lambda z = 4\pi$

$$p_a' = p_a (1 - \bar{\alpha})$$

$$p_r = \frac{1}{r_r} \cdot \sqrt{\frac{P_a \rho c}{\lambda z}} (1 - \bar{\alpha}) = \frac{1}{l+x} \cdot \sqrt{\frac{P_a \rho c}{4\pi}} (1 - \bar{\alpha})$$

$$p_r = \frac{1}{l+x} \cdot \sqrt{\frac{P_a \rho c}{4\pi}} \cdot \sqrt{1 - \bar{\alpha}}$$

$$p_r = \frac{1}{2,85 + 0,85} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{1-\bar{\alpha}} \text{ Pa}$$

$$p_r = \frac{1}{3,7\sqrt{5}} \cdot \sqrt{1-\bar{\alpha}} p_a \Rightarrow \boxed{p_r = 0,153 \sqrt{1-\bar{\alpha}} p_a}$$

r_r - razdalje tačine M do fiksnog izvora S' , odnosno razdalje koje prije reflektovani zvučni talas

$$l = l_0 + v \Delta t = 0 + v (r_r - r_d) = \frac{2\pi f}{c} (l + x - (l - x)) = \frac{2\pi f}{c} (l + x - l + x) =$$

$$= \frac{2\pi f}{c} \cdot 2x = \boxed{\frac{4\pi f x}{c}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi = \frac{4\pi f x}{c}}$$

$$\varphi = \frac{4\pi \cdot 206 \text{ Hz} \cdot 0,85 \text{ m}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{4 \cdot 20 \cdot 0,85}{34 \cdot 17} \pi = \frac{40 \cdot 0,85}{17} \pi = \frac{40 \cdot \frac{85}{100}}{17} \pi =$$

$$= \frac{40 \cdot \frac{17}{10}}{17} = \boxed{2\pi} \Rightarrow \boxed{\varphi = 2\pi} \text{ Talasi u tačini M su u fazi.}$$

$$p = \sqrt{p_d^2 + p_r^2 + 2p_d p_r \cos 2\pi} = \sqrt{p_d^2 + p_r^2 + 2p_d p_r} = \sqrt{(p_d + p_r)^2}$$

$$p = |p_d + p_r| \Rightarrow \boxed{p = p_d + p_r}$$

$$p = p_d + p_r = 0,282 p_a + 0,152 \sqrt{1-\bar{\alpha}} p_a$$

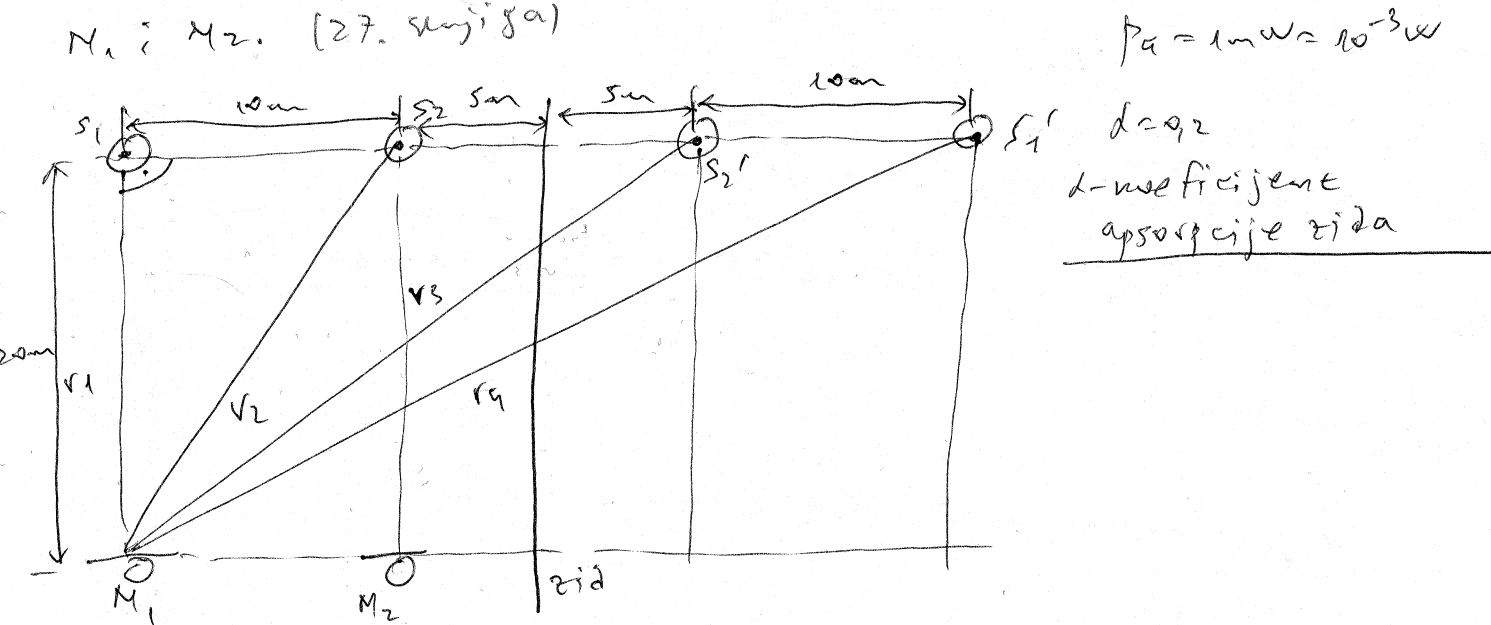
$$\sqrt{1-\bar{\alpha}} = \frac{p - 0,282 p_a}{0,152} \quad |^2$$

$$1-\bar{\alpha} = \left(\frac{p - 0,282}{0,152} \right)^2 \Rightarrow \boxed{\bar{\alpha} = 1 - \left(\frac{p - 0,282}{0,152} \right)^2}$$

$$p = 0,4 p_a$$

$$\bar{\alpha} = 1 - \left(\frac{0,4 - 0,282}{0,152} \right)^2 = 1 - \left(\frac{0,118}{0,152} \right)^2 = \boxed{0,397} \Rightarrow \boxed{\bar{\alpha} = 0,397}$$

2) Dva nesmerena izvora zvuka jednake zvučne snage $P_a = 1 \text{ mW}$, nalaze se u slobodnom prostoru u blizini zida čiji je koeficijent apsorpcije 0,2, kao što je prikazano na slici. Zvuk koji stvaraju izvori je širakopojasan i registruje se mikrofoniima postavljanjem u tačkama M_1 i M_2 . Mikrofonima su nesmereni. Odredite vrednost zvučnog pritiska u tačkama M_1 i M_2 . (27. maj 1991)



$$P_a' = P_a (1 - d) = 10^{-3} (1 - 0,2) = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ W} = 0,8 \text{ mW}$$

$$I = \frac{P_a}{4\pi r^2}$$

$$R_z = 4\pi$$

$$S_1: M_1: r_1^2 = (20 \text{ m})^2 = 400 \text{ m}^2$$

$$S_2: M_1: r_2^2 = 20^2 + 10^2 = 400 + 100 = 500 \text{ m}^2$$

$$S_2': M_1: r_3^2 = 20^2 + 20^2 = 400 + 400 = 800 \text{ m}^2$$

$$S_1': M_1: r_4^2 = 20^2 + 30^2 = 400 + 900 = 1300 \text{ m}^2$$

Tačka M_1 : Ukupan intenzitet zvuka u tački M_1 :

$$I_{M_1} = I_1 + I_2 + I_2' + I_1'$$

$$I_{M_1} = \frac{P_a}{4\pi r_1^2} + \frac{P_a}{4\pi r_2^2} + \frac{P_a'}{4\pi r_3^2} + \frac{P_a'}{4\pi r_4^2}$$

$$I_{M1} = \left(\frac{0,001}{4\pi \cdot 400} + \frac{0,001}{4\pi \cdot 500} + \frac{0,0008}{4\pi \cdot 800} + \frac{0,0008}{4\pi \cdot 1300} \right) \frac{W}{m^2}$$

$$I_{M1} = (2 \cdot 10^{-7} + 1,59 \cdot 10^{-7} + 0,8 \cdot 10^{-7} + 0,5 \cdot 10^{-7}) \frac{W}{m^2}$$

$$I_{M1} = 4,89 \cdot 10^{-7} \frac{W}{m^2}$$

zvukovi pritiskau v tački M₁:

$$I_{M1} = \frac{p_{M1}^2}{\rho c} \Rightarrow p_{M1} = \sqrt{I_{M1} \rho c}$$

$$p_{M1} = \sqrt{4,89 \cdot 10^{-7} \frac{W}{m^2} \cdot 400 \frac{kg}{m^3}} = \sqrt{1956 \cdot 10^{-7}} Pa$$

$$p_{M1} = \sqrt{195,6 \cdot 10^{-6}} Pa = \sqrt{195,6 \cdot 10^{-3}} Pa \Rightarrow p_{M1} = 14 \cdot 10^{-3} Pa$$

$$p_{M1} = 14 mPa$$

Tačka M₂: Varpau intenzitet zvuka v tački M₂:

$$I_{M2} = I_1 + I_2 + I_1' + I_2'$$

$$S_1: M_2: r_1^2 = 20^2 + 10^2 = 400 + 100 = 500 m^2$$

$$S_2: M_2: r_2^2 = 20^2 = 400 m^2$$

$$S_1': M_2: r_3^2 = 20^2 + 20^2 = 400 + 400 = 800 m^2$$

$$S_2': M_2: r_4^2 = 10^2 + 20^2 = 100 + 400 = 500 m^2$$

$$I_{M2} = \frac{p_a}{4\pi r_1^2} + \frac{p_a}{4\pi r_2^2} + \frac{p_a'}{4\pi r_3^2} + \frac{p_a'}{4\pi r_4^2}$$

$$I_{M2} = \left(\frac{0,001}{4\pi \cdot 500} + \frac{0,001}{4\pi \cdot 400} + \frac{0,0008}{4\pi \cdot 800} + \frac{0,0008}{4\pi \cdot 500} \right) \frac{W}{m^2}$$

$$I_{M2} = (1,59 \cdot 10^{-7} + 2 \cdot 10^{-7} + 0,8 \cdot 10^{-7} + 1,27 \cdot 10^{-7}) \frac{W}{m^2}$$

$$I_{M2} = 5,66 \cdot 10^{-7} \frac{W}{m^2}$$

Zvčni pritisk v točki M2

$$I_{M2} = \frac{P_{M2}}{A} \Rightarrow \boxed{P_{M2} = \sqrt{I_{M2} \rho c}}$$

$$P_{M2} = \sqrt{5,66 \cdot 10^{-7} \frac{W}{m^2} \cdot 400 \frac{kg}{m^3} \cdot 340 \frac{m}{s}} = \sqrt{2264 \cdot 10^{-7} Pa^2} =$$

$$= \sqrt{226,4 \cdot 10^{-6} Pa} = \boxed{15,05 mPa} \Rightarrow \boxed{P_{M2} = 15,05 mPa}$$

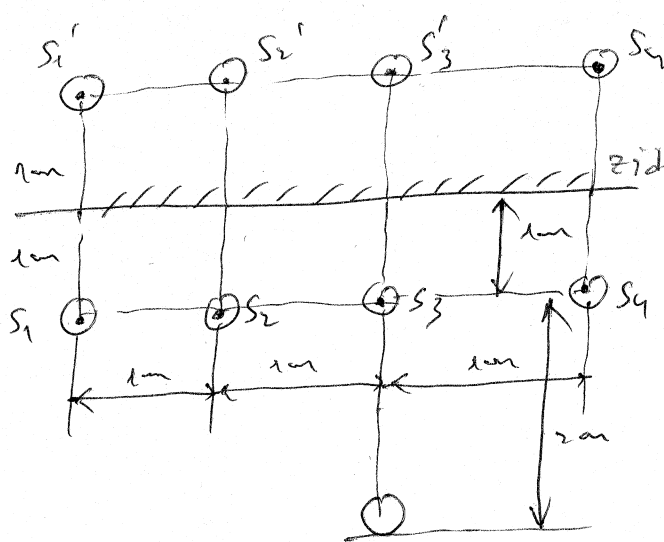
Večja direktnih zvčnih talas je na pozicijama oba mikrofona zbog simetričnosti isti, ali je večja zvčni pritisk na poziciji M2 večji, jer je mikrofona na tej poziciji bliži zidu, gde je večja reflektovanih zvčnih talasa večji.

3. Muzični gudački kvartet smešten je na bini, pri čemu je rastojanje između muzičara 1m. Pta muzičara na udaljenosti 1m nalazi se zid velike refleksivne moći. U točki M postavjen je mikrofoni koji snima koncert. Ako je akustična snaga svakog gudačkog instrumenta 0,628 mW, odrediti intenzitet zvuka na poziciji mikrofona M?

$$P_a = 0,628 mW$$

$$P_a = 6,28 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} W$$

$$\boxed{P_a = 2\pi \cdot 10^{-4} W}$$



$$r_1^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8 m^2$$

$$r_2^2 = 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5 m^2$$

$$r_3^2 = 2^2 = 4 m^2$$

$$r_4^2 = 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5 m^2$$

$$r_1'^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20 m^2$$

$$r_2'^2 = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17 m^2$$

$$r_3'^2 = 4^2 = 16 m^2$$

$$r_4'^2 = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17 m^2$$

$$\boxed{N = 2\pi}$$

$$\boxed{P_a = P_a'} \quad L=0$$

$$F_M = \frac{p_a}{2\pi r_1^2} + \frac{p_a}{2\pi r_2^2} + \frac{p_a}{2\pi r_3^2} + \frac{p_a}{2\pi r_4^2} +$$

$$+ \frac{p_a}{2\pi r_1'^2} + \frac{p_a}{2\pi r_2'^2} + \frac{p_a}{2\pi r_3'^2} + \frac{p_a}{2\pi r_4'^2}$$

$$I_M = \frac{p_a}{16\pi} + \frac{p_a}{10\pi} + \frac{p_a}{8\pi} + \frac{p_a}{10\pi} + \frac{p_a}{40\pi} + \frac{p_a}{32\pi} + \frac{p_a}{32\pi} + \frac{p_a}{32\pi}$$

$$I_M = \frac{p_a}{\pi} \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{10} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{32} + \frac{1}{32} + \frac{1}{32} \right) \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

$$I_M = \frac{p_a}{\pi} \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{40} + \frac{1}{17} + \frac{1}{32} \right) \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

$$I_M = \frac{2\pi \cdot 10^{-4} W}{\pi m^2} \cdot \left(\frac{8+5}{40} + \frac{1}{40} + \frac{2+1}{32} + \frac{1}{17} \right)$$

$$I_M = 2 \cdot 10^{-4} \left(\frac{13}{40} + \frac{3}{32} + \frac{1}{17} \right) \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

$$I_M = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{7}{20} + \frac{3}{32} + \frac{1}{17} \right) \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$0,35 \quad 0,09375$$

$$I_M = 1 \cdot 10^{-4} \frac{W}{m^2} = 0,1 \cdot 10^{-4} \frac{W}{m^2} = \boxed{0,1 \cdot 10^{-3} \frac{W}{m^2}}$$

$$\boxed{I_M = 0,1 \frac{W}{m^2}}$$

II Fiziološki koncept zvuka (bucje)

4) Računati izvor buke u slobodnom prostoru stvara na raseljenju 5m od izvora buke nivo od 120 dB. Iračunati na kojoj se udaljenosti neće više čuti zvu:

a) ako se zanemari disipacija u vazduhu

b) ako je disipacija u vazduhu 1 dB na 100m. (2. nujiga)

$$I_1 = \frac{P_0}{4\pi r_1^2}, \quad I_2 = \frac{P_0}{4\pi r_2^2} \quad \boxed{A_2 = 4\pi}$$

$$\begin{aligned} \Delta L &= L_1 - L_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} - 10 \log \frac{I_2}{I_0} = 10 \left(\log \frac{I_1}{I_0} - \log \frac{I_2}{I_0} \right) = \\ &= 10 \log \left(\frac{\frac{I_1}{I_0}}{\frac{I_2}{I_0}} \right) = 10 \log \left(\frac{I_1}{I_2} \right) = 10 \log \left(\frac{\frac{P_0}{4\pi r_1^2}}{\frac{P_0}{4\pi r_2^2}} \right) = 10 \log \left(\frac{r_2^2}{r_1^2} \right) = \\ &= 10 \log \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 = \boxed{20 \log \frac{r_2}{r_1}} \end{aligned}$$

$\boxed{L_2 = 0 \text{ dB}}$ - nivo buke koji se više neće čuti mora biti manji od praga čujnosti koji iznosi 0 dB

$$\Delta L = L_1 = 120 \text{ dB} = 20 \log \frac{r_2}{5} \Rightarrow \log \frac{r_2}{5} = \frac{120}{20} = 6$$

zanemarena disipacija u vazduhu

$$\frac{r_2}{5} = 10^6 \Rightarrow r_2 = 5 \cdot 10^6 \text{ m} = 5 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \text{ m} = 5 \cdot 10^3 \text{ km}$$

$$\boxed{r_2 = 5000 \text{ km}}$$

$$\Delta L = L_1 = 20 \log \frac{r_2}{5}$$

$$\frac{L_1}{20} = \log \frac{r_2}{5}$$

$$10 \frac{L_1}{20} = \frac{r_2}{5} \Rightarrow \boxed{r_2 = 5 \cdot 10^{\frac{L_1}{20}} [\text{m}]}$$

$$b) \Delta L = L_1 - L_2 = 20 \log \frac{r_2}{r_1} + 4,34 m (r_2 - r_1)$$

4,34 m - definiše slabljenje bue vsled disipacije v zraku po enotni dolžini $[\frac{dB}{m}]$

4,34 m - stopen slabljenja, m-koefficient disipacije

$$120 - 0 = 20 \log \frac{r_2}{5} + \frac{1}{100} (r_2 - 5)$$

$$120 = 20 \log \frac{r_2}{5} + \frac{r_2 - 5}{100} \cdot 100$$

$$12000 = 2000 \log \frac{r_2}{5} + r_2 - 5$$

$$\frac{12005 - r_2}{2000} = \log \frac{r_2}{5}$$

$$10 \frac{12005 - r_2}{2000} = \frac{r_2}{5}$$

$$\Rightarrow \boxed{r_2 = 5 \cdot 10 \frac{12005 - r_2}{2000}} \quad \text{nelinearna enačba}$$

Jedan od načina rešavanja take enačbe je grafični.

$$\boxed{r_2 = 5866,2 \text{ m} \approx 5900 \text{ m} \approx 5,9 \text{ km}}$$

5. Tačnasti izvor bue, smešten v neposredni bližini zida, na razdalji 10 m od stvara nivo zvuka od 90 dB. Ako se isti tačnasti izvor bue nahaja na odprtem prostoru, izračunati:

- ustni nivo bue stvara na razdalji 10 m?
- na uvojs se udaljenosti još može čuti ovaj izvor ako se zanemari disipacija v zraku?
- disipacijo v zraku ako na razdalji od 1000 m izvor bue stvara nivo od 40 dB.

$$L = 90 \text{ dB}$$

$$r = 10 \text{ m}$$

$$I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = \frac{L}{10} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{\frac{L}{10}}$$

$$\boxed{I = I_0 \cdot 10^{\frac{L}{10}}}$$

$$I = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 10^{\frac{90}{10}} = 10^{-12} \cdot 10^9 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = \boxed{10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} = \boxed{1 \frac{\text{mW}}{\text{m}^2}}$$

$$\boxed{\Omega_r = 2\pi} - \text{neposredna blizina zida}$$

$$I = \frac{P_a}{\Omega_r r^2} \Rightarrow P_a = I \Omega_r r^2$$

$$\boxed{P_a = 2\pi I r^2}$$

$$P_a = 2\pi \cdot 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 10^2 \text{ m}^2 = 2\pi \cdot 10^{-1} \text{ W} \Rightarrow P_a = 0,2 \pi \text{ W}$$

$$\boxed{P_a = 0,628 \text{ W}}$$

a) izvor v slabotnom prostoru: $\boxed{\Omega_r = 4\pi}$

$$I_1 = \frac{P_a}{\Omega_r r^2} = \frac{P_a}{4\pi r^2} = \frac{0,2 \pi \text{ W}}{4\pi \cdot 10^2 \text{ m}^2} = \frac{0,2}{4} \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$I_1 = 0,05 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \Rightarrow \boxed{I_1 = 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}$$

$$L_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \left(\frac{5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} \right) = 10 \log (5 \cdot 10^8) =$$

$$= 10 \log 5 + 10 \log 10^8 = 10 \log 5 + 10 \cdot 8 \cdot \log 10 = 80 + 10 \log 5 =$$

$$\Rightarrow \boxed{87 \text{ dB}} \Rightarrow \boxed{L_1 = 87 \text{ dB}}$$

Prebacivanjem izvora buke na otvoreni prostor, ako buke se smanjuje za 3 dB.

⑥ $DL = L_1 - L_2 = 20 \log \frac{r_2}{r_1} \rightarrow$ zanemarena disipacija u vazduhu

$$L_1 - L_2 = 20 \log \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow \log \frac{r_2}{r_1} = \frac{L_1 - L_2}{20}$$

$$\frac{r_2}{r_1} = 10^{\frac{L_1 - L_2}{20}} \Rightarrow \boxed{r_2 = r_1 \cdot 10^{\frac{L_1 - L_2}{20}}}$$

manji nivo zvuka od praga čujnosti $\Rightarrow \boxed{L_2 = 0 \text{ dB}}$

$\Rightarrow \boxed{r_2 = r_1 \cdot 10^{\frac{L_1}{20}}}$

$$r_2 = 10 \text{ m} \cdot 10^{\frac{87}{20}} = 10^1 \cdot 10^{4,35} \text{ m} = 10^{5,35} \text{ m}$$

$$\boxed{r_2 = 223872 \text{ m} = 223,87 \text{ km}}$$

⑦ $DL = L_1 - L_2 = 20 \log \frac{r_2}{r_1} + 4,34 \text{ m} (r_2 - r_1)$

uračunata disipacija vazduha

$$L_2 = 40 \text{ dB}, \quad r_2 = 1000 \text{ m}$$

$$L_1 - L_2 - 20 \log \frac{r_2}{r_1} = 4,34 \text{ m} (r_2 - r_1)$$

$\Rightarrow \boxed{m = \frac{L_1 - L_2 - 20 \log \frac{r_2}{r_1}}{4,34 (r_2 - r_1)}}$ koeficijent disipacije

$$m = \frac{87 - 40 - 20 \log \left(\frac{1000 \text{ m}}{10 \text{ m}} \right)}{4,34 (1000 \text{ m} - 10 \text{ m})} = \frac{47 - 20 \log 100 [\text{dB}]}{4,34 \cdot 990 \text{ m}}$$

$$= \frac{47 - 20 \log 10^2 [\frac{\text{dB}}{\text{m}}]}{4,34 \cdot 990} = \frac{47 - 20 \cdot 2 \cdot \log 10^1 [\frac{\text{dB}}{\text{m}}]}{4,34 \cdot 990}$$

$$= \frac{7}{4,34 \cdot 990} [\frac{\text{dB}}{\text{m}}] \Rightarrow \boxed{m = 0,0016 \frac{\text{dB}}{\text{m}}}$$